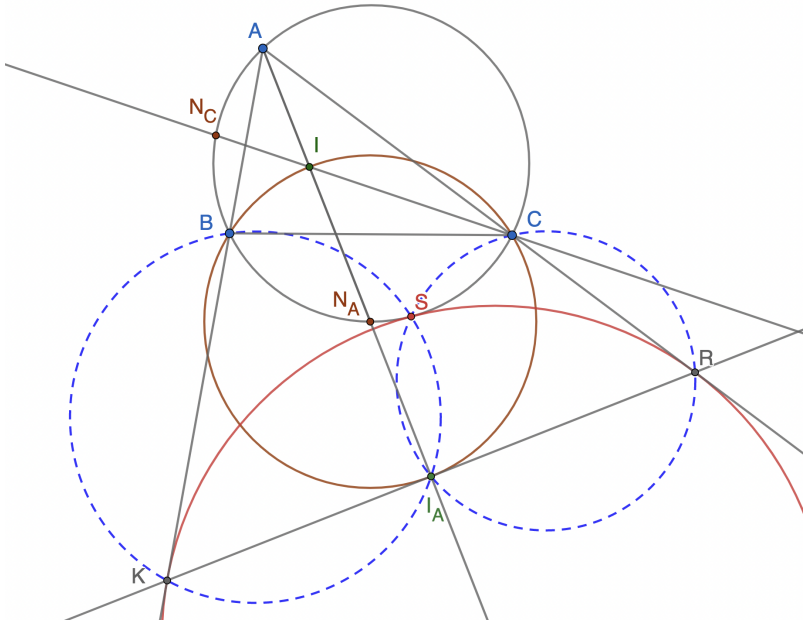
Внеполувписанная окружность

Дан остроугольный треугольник ABC биссектрисы которого пересекаются в точке I, а внешние биссектрисы углов B и C в точке I_A. Перпендикуляр к отрезку AI_A в точке I_A пересекает лучи AB и AC в точках K и R. Пусть окружности (BKI_A) и (CRI_A) вторично пересекаются в точке S.



1. Докажите, что прямая SI_a содержит биссектрису $\angle BSC$.

2. Докажите, что (BIC) касается KR.

3. KS проходит через середину большей дуги ACB окружности (ABC).

4. Докажите, что окружность (KSR) касается

(a) прямых AB и AC;

(b) окружности (ABC).

5. Пусть $G = KR \cap AS$. Докажите, что $\angle BGK = \angle CGR$.

6. Пусть точка W — произвольная на меньшей дуге BC окружности (ABC). Точки J_b и J_c — инцентры треугольников ABW и ACW. Докажите, что точка касания полувписанной окружности с описанной окружностью лежит на окружности (J_bJ_cW).

Удачи!