

Геомнервы

19 декабря 2025 г.

1. В выпуклом шестиугольнике все углы равны, а периметр равен 2. Докажите, что его можно накрыть некоторым треугольником периметра не больше 3.
2. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AB . Отметили точки D и E так, что:
 - $\angle CAD = \angle BCE = 90^\circ$,
 - $AD = CE$,
 - точки B и D лежат по разные стороны от прямой AC ,
 - точки A и E лежат по разные стороны от прямой BC .

Докажите, что из отрезков BD , AE и BC можно сложить треугольник.

3. Треугольник ABC вписан в окружность ω . Пусть I — точка пересечения его биссектрис, H — его ортоцентр. Прямая AI пересекает вторично ω в точке M . Предположим, что длина IM равна радиусу ω . Докажите, что $AH \geq AI$.
4. Дан треугольник ABC , в котором $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$. Точка D выбрана на стороне BC . Точка K такова, что D является серединой AK . Оказалось, что $\angle BKA > 60^\circ$. Докажите, что $3AD < CB$.
5. На отрезке BC треугольника ABC взяты точки D и E ($BD < BE$). Обозначим через p_1 и p_2 периметры треугольников ABC и ADE соответственно. Докажите, что

$$p_1 > p_2 + 2 \cdot \min\{BD, EC\}.$$

6. Точки M и N середины сторон AD и BC выпуклого четырехугольника $ABCD$. Существует ли такой четырехугольник $ABCD$, что

$$AB + CD > \max\{AN + ND, BM + MC\}?$$

7. Пусть ABC — треугольник с $\angle A = 60^\circ$. Точки E и F являются основаниям биссектрис углов при вершинах B и C соответственно. Точки P и Q таковы, что четырехугольники $BFPE$ и $CEQF$ являются параллелограммами. Докажите, что $\angle PAQ > 150^\circ$. (Рассматриваемый угол PAQ , не содержит AB .)