

Количество информации, лекция

1. У нас есть n монет, одна из которых фальшивая и весит легче остальных. Также у нас есть неуверенные двухчашечные весы, которые показывают, на какой из чаш груз не тяжелее, чем на другой (в случае равенства грузов весы могут показать любую из чаш). За какое наименьшее количество взвешиваний на неуверенных весах можно гарантированно определить фальшивую монету?
2. Есть 2020 камней различных весов и специальные весы. На эти весы можно класть только по 2 камня на каждую чашку, тогда весы информируют, на какой чашке груз больше. Можно ли с помощью этих весов найти самый легкий камень?
3. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной из коробок лежит приз. Зритель может один раз послать ведущему пачку записок с вопросами, требующих ответа “да” или “нет”. Ведущий ответит на каждый вопрос правильно, но ответы отправит в случайном порядке. Какое наименьшее количество записок должно быть в пачке, чтобы зритель гарантированно угадал, где приз?
4. Петя загадал натуральное число от 1 до 1000. Вы можете задавать ему вопросы вида «Принадлежит ли ваше число множеству X ?». В какой-то момент у него может испортиться настроение, и он соврёт. После вранья, у Петя просыпается совесть, и он больше никогда не врёт. За какое наименьшее число вопросов можно гарантированно узнать загаданное число?
5. В наборе из 17 внешне одинаковых монет две фальшивых, отличающихся от остальных по весу. Известно, что суммарный вес двух фальшивых монет вдвое больше веса настоящей. Всегда ли можно ли определить пару фальшивых монет, совершив пять взвешиваний на чашечных весах без гирь? (Определять, какая из фальшивых монет тяжелее, не требуется.)

Количество информации. Семинар.

Дедлайн сдачи и разбор задач — 2 апреля

Чтобы сдавать задачи продвинутого уровня, нужно сдать все задачи базового.

Базовый уровень.

1. За столом сидят 2016 джедаев. Любознательный Энакин хочет узнать, как их зовут (у всех джедаев разные имена). Он может показать на несколько джедаев пальцем и попросить магистра Йоду перечислить все их имена. К сожалению, порядок, в котором Йода перечисляет имена, может быть произвольным. Какое наименьшее количество раз Энакину придется отвлечь магистра Йоду от медитации?
2. Десять монет, среди которых есть как настоящие, весящие по 10 г, так и фальшивые, весящие по 9 г, выложены в ряд. Известно, что каждая настоящая лежит левее любой фальшивой. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить все фальшивые монеты?
3. У Пети есть 2018 камней. За 1 вопрос вы можете узнать у Пети сумму масс 2 камней. За какое наименьшее количество вопросов вы сможете гарантированно найти массы всех камней?

Продвинутый уровень.

4. Петя разрезал таблицу 6×6 на доминошки. Вася пытается угадать, как именно Петя это сделал. Для этого он может показывать на любые две соседние клетки и спрашивает, присутствует ли эта доминошка в разрезании. За какое наименьшее количество вопросов Вася сможет восстановить все доминошки разрезания?
5. Для турнира изготовили 7 золотых, 7 серебряных и 7 бронзовых медалей. Все медали из одного металла должны весить одинаково, а из разных должны иметь различные массы. Но одна из всех медалей оказалась нестандартной — имела неправильную массу. При этом нестандартная золотая медаль может весить только меньше стандартной золотой, бронзовая — только больше стандартной бронзовой, а серебряная может отличаться по весу от стандартной серебряной в любую сторону. Можно ли за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти нестандартную медаль?