

Квадратный трёхчлен

9 класс

3 октября 2025

1. Обязательно ли уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, если известно, что $a \neq 0$ и **(а)** $b > a + c \geq 0$, **(б)** $b > a + c$?
2. Корни квадратного трёхчлена $f(x) = x^2 + bx + c$ равны a_1 и a_2 , а корни квадратного трёхчлена $g(x) = x^2 + px + q$ равны b_1 и b_2 . Известно, что $f(b_1) + f(b_2) = g(a_1) + g(a_2)$. Докажите, что дискриминанты трёхчленов $f(x)$ и $g(x)$ равны.
3. Даны квадратные трёхчлены $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = ax^2 + cx + d$, у каждого из которых по два корня. Известно, что сумма всех четырёх корней равна p . Найдите сумму корней трёхчлена $f(x) + g(x)$, если известно, что он имеет два корня.
4. Квадратный трёхчлен $ax^2 + 2bx + c$ имеет два различных корня, а квадратный трёхчлен $a^2x^2 + 2b^2x + c^2$ корней не имеет. Докажите, что у первого трёхчлена корни разного знака.
5. Даны числа a, b, c . Могут ли все три уравнения

$$x^2 + (a - b)x + (b - c) = 0,$$

$$x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0,$$

$$x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$$

не иметь корней?

6. Даны квадратные трёхчлены $f_1(x), f_2(x), \dots, f_{100}(x)$ с одинаковыми коэффициентами при x^2 , одинаковыми коэффициентами при x , но различными свободными членами; у каждого из них есть по два корня. У каждого трёхчлена $f_i(x)$ выбрали один корень и обозначили его через x_i . Какие значения может принимать сумма $f_2(x_1) + f_3(x_2) + \dots + f_{100}(x_{99}) + f_1(x_{100})$?
7. Квадратные трёхчлены $f(x) = bx^2 + cx + a$ и $g(x) = cx^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами таковы, что $f(1234) = g(1234)$. Может ли $f(1)$ равняться 2025?
8. Корни квадратного трёхчлена $f(x) = x^2 + bx + c$ равны x_1 и x_2 , а корни квадратного трёхчлена $g(x) = x^2 + px + q$ равны x_2 и x_3 , причём x_1, x_2 и x_3 — целые отрицательные числа. Существует ли такое натуральное n , что $f(n) = 20$, $g(n) = 27$?
9. Петя и Коля играют в следующую игру: они по очереди изменяют один из коэффициентов a или b квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$: Петя на 1, Коля — на 1 или на 3. Коля выигрывает, если после хода одного из игроков получается уравнение, имеющее целые корни. Верно ли, что Коля может выиграть при любых начальных целых коэффициентах a и b независимо от игры Пети?