

Прямые углы

19 ноября 2025 г.

1. Отрезки AM и BH — соответственно медиана и высота остроугольного треугольника ABC . Известно, что $AH = 1$ и $2\angle MAC = \angle MCA$. Найдите сторону BC .
2. Найдите углы прямоугольного треугольника, если известно, что точка симметричная вершине прямого угла относительно гипотенузы лежит на прямой соединяющей середины двух сторон.
3. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$. Докажите, что $AC \geq BD$. Когда выполняется равенство в этом неравенстве?
4. В остроугольном треугольнике ABC верно, что $\angle BCA = 60^\circ$. Точка M на стороне AC такова, что $AM = \frac{BC}{2}$. Докажите, что $AK = KC$, где K — середина BM .
5. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC (с прямым углом A) выбрана точка K так, что $AB = AK$. Отрезок AK пересекает биссектрису CL в ее середине. Найдите острые углы треугольника ABC .
6. Точка N — середина стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$, а точка M на стороне AB такова, что $CM \perp BD$. Докажите, что если $BM > MA$, то $2BC + AD > 2CN$.
7. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). Пусть l — прямая, проходящая через точку A параллельно BC , D — произвольная точка на прямой l . Обозначим через E и F основания перпендикуляров, опущенных из точки A на BD и CD соответственно. Пусть P и Q — проекции точек E и F на прямую l . Докажите, что $AP + AQ \leq AB$.

Подсказка к №7: используйте перекладывание отрезков и неравенство, что длина проекции не превосходит длины отрезка.