

Параллельные построения. Лекция.

Что наталкивает на проведение параллельных прямых:

- Трапеции и параллелограммы
 - Удвоение медианы
 - Равные отрезки, которые надо переложить
1. В прямоугольном треугольнике ABC угол B прямой. На катете AB выбрана точка M так, что $AM = BC$, а на катете BC выбрана точка N так, что $CN = MB$. Найдите острый угол между прямыми AN и CM .
 2. На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$.
 3. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ AB параллельно DE , $CD = DE$, CE перпендикулярно BC и AD . Докажите, что прямая, проходящая через A параллельно CD , прямая, проходящая через B параллельно CE , и прямая, проходящая через E параллельно BC , пересекаются в одной точке.
 4. В трапеции $ABCD$, где $AD \parallel BC$, угол B равен сумме углов A и D . На продолжении отрезка CD за вершину D отложен отрезок $DK = BC$. Докажите, что $AK = BK$.
 5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C равны 100° . На сторонах AB и BC выбраны точки X и Y соответственно так, что $AX = CY$. Оказалось, что прямая YD параллельна биссектрисе угла ABC . Найдите угол AXY .
 6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена биссектриса CD . На основании AC отмечена точка F так, что $BD = CF$. Точка E выбрана таким образом, что четырёхугольник $CDEF$ — параллелограмм. Докажите, что $BE = BF$.

Параллельные построения. Семинар.

1. Углы при большем основании трапеции равны 30° и 60° , а меньшая боковая сторона равна a . Найдите разность оснований.
2. Точка M — середина стороны AC треугольника ABC , а точка Q — середина медианы BM . Прямая, проходящая через точку M параллельно AQ пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение $MP : AQ$.
3. Трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD такова, что угол ABD — прямой и $BC + CD = AD$. Найдите отношение оснований $AD : BC$.
4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка E , а на биссектрисе BD — точка F таким образом, что $EF \parallel AC$ и $AF = AD$. Докажите, что $AB = BE$.
5. В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C равны. Биссектриса угла B пересекает прямую AD в точке P . Перпендикуляр к BP , проходящий через точку A , пересекает прямую BC в точке Q . Докажите, что прямые PQ и CD параллельны.
6. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, в котором $AE \parallel CD$ и $AB = BC$. Биссектрисы его углов A и C пересекаются в точке K . Докажите, что $BK \parallel AE$.
7. Дан равносторонний треугольник ABC . На сторонах AB, AC и BC выбраны точки X, Y и Z соответственно так, что $BZ = 2AY$ и $\angle XYZ = 90^\circ$. Докажите, что $AX + CZ = XZ$.
8. В остроугольном треугольнике ABC на сторонах AC и AB отметили точки K и L соответственно, причём прямая KL параллельна BC и $KL = KC$. На стороне BC выбрана точка M так, что $\angle KMB = \angle BAC$. Докажите, что $KM = AL$.