

Удвоение медианы. Лекция.

Замечание. Если в треугольнике проведена медиана, то ее бывает полезно удвоить.

- 1.** (*Вспоминаем*) Если в треугольнике медиана и биссектриса, проведенные из одной вершины, совпадают, то он является равнобедренным.
- 0.** (*Вспоминаем еще*) Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине.
- 1.** **(а)** В треугольнике ABC провели медиану BM . Оказалось, что $\angle ABM = 40^\circ$ и что $\angle CBM = 70^\circ$. Найдите отношение BM к AB .
(б) В треугольнике ABC провели медиану BM . Оказалось, что сумма углов A и C равна углу ABM . Найдите отношение медианы BM к стороне BC .
- 2.** Внутри угла A дана точка M . Постройте треугольник ABC с углом A и медианой AM .
- 3.** В треугольнике ABC проведена медиана BM . На стороне BC нашлась такая точка E , что AE образует равные углы с BM и с BC . Найдите длину BM , если $BE = 5$, $CE = 4$.

Замечание. Если в параллелограмме (или в трапеции) проведена "медиана то ее бывает полезно удвоить.

- 4.** В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) отметили середину стороны AD – P и середину стороны BC – Q . Докажите, что $2PQ = AB + CD$.
- 5.** Вершину A параллелограмма $ABCD$ соединили с серединой M его стороны CD . Известно, что угол MAD равен 30° . Докажите, что расстояние от вершины B до прямой AM равно одной из сторон параллелограмма.
- 6.** Точка M – середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. Точка K делит сторону BC на отрезки с длинами a и b так, что $\angle AMK = 90^\circ$. Найдите длину отрезка AK .

Удвоение медианы. Семинар

- 1.** Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к третьей, в одном треугольнике равны двум сторонам и медиане, проведенной к третьей в другом треугольнике, то такие треугольники равны.
- 2.** (*Письменно!*) На медиане BM треугольника ABC взяли точку E так, что CEM равен углу ABM . Докажите, что отрезок EC равен одной из сторон треугольника.
- 3.** Точка M – середина стороны AC треугольника ABC . Оказалось, что $\angle ABM = 2\angle BAM$, $BC = 2BM$ Найдите углы треугольника.
- 4.** **(а)** Высота $АН$ остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM . Найдите $\angle MBC$.
(б) Высота $АН$ остроугольного треугольника ABC равна его медиане BM . На продолжении стороны AB за точку B отложена точка D так, что $BD = AB$. Найдите угол BCD .
- 5.** (*Письменно!*) На сторонах AB и BC во вне построили квадраты $ABKL$ и $CBNT$. Доказать, что отрезок KN в два раза больше медианы BM треугольника ABC .
- 6.** В треугольнике ABC медиана, проведенная из вершины A к стороне BC , в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол 60° . Найдите угол BAC .
- 7.** В треугольнике ABC проведена медиана BM . На ней выбрали середину — точку E и провели отрезок CE . Оказалось, что $\angle A + \angle ECA = \angle ABM$. Найдите BM , если $EC = 6$.
- 8.** В треугольнике ABC точка M — середина AC . На стороне BC взяли точку K так, что угол BMK прямой. Оказалось, что $BK = AB$. Найдите $\angle MBC$, если $\angle ABC = 110^\circ$.
- 9.** Дан треугольник ABC , в котором $\angle B = 120^\circ$. На сторонах AB и BC взяты такие точки E и F соответственно, что $AE = EF = FC$. Пусть M — середина AC . Найдите $\angle EMF$.