

Комбинаторика

1. В футбольной команде (11 человек) нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько существует различных семизначных телефонных номеров (считается, что номер начинаться с нуля не может)?
3. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса?
4. Сколькими способами можно поставить 8 ладей на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга?
5. В алфавите племени Бум-Бум шесть букв. Словом является любая последовательность из шести букв, в которой есть хотя бы две одинаковые буквы. Сколько слов в языке племени Бум-Бум?
6. Сколькими способами можно разбить 14 человек на пары?
7. В шахматном кружке занимаются 2 девочки и 7 мальчиков. Для участия в соревновании необходимо составить команду из четырёх человек, в которую обязательно должна входить хотя бы одна девочка. Сколькими способами это можно сделать?
8. В одной из школ 20 раз проводился кружок по астрономии. На каждом занятии присутствовало ровно пять школьников, причём никакие два школьника не встречались на кружке более одного раза. Докажите, что всего на кружке побывало не менее 20 школьников.
9. На шахматной доске 8×8 расставлено наибольшее возможное число слонов так, что никакие два слона не угрожают друг другу.
Доказать, что число всех таких расстановок есть точный квадрат.
10. Сколько существует десятизначных чисел, сумма цифр которых равна 3?
11. Сколько существует способов разместить два уголка из 3 клеток на доске 3 на 3?
12. В выпуклом 2009-угольнике проведены все диагонали. Прямая пересекает 2009-угольник, но не проходит через его вершины.
Докажите, что прямая пересекает чётное число диагоналей.
13. Имеется 20 человек – 10 юношей и 10 девушек. Сколько существует способов составить компанию, в которой было бы одинаковое число юношей и девушек?
14. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров
 - а) так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?
 - б) если некоторые ящики могут оказаться пустыми)?
15. Докажите, что в любом множестве, состоящем из 117 попарно различных трёхзначных чисел, можно выбрать четыре попарно непересекающихся подмножества, суммы чисел в которых равны.