

Первый и второй признаки равенства треугольников

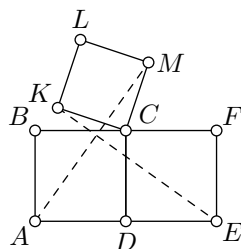
Первый признак равенства треугольников. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Второй признак равенства треугольников Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

1. Отрезки AC и BD пересекаются в точке P .
 - (а) Известно, что $AC = BD$, $AP = DP$. Докажите, что $AB = CD$.
 - (б) Известно, что $AP = DP$ и $\angle BAP = \angle CDP$. Докажите, что $AC = BD$.
 - (в) Известно, что $AC = BD$, $AP = DP$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle DCA$.
 - (г) Известно, что $\angle BAP = \angle CDP$ и $\angle PAD = \angle PDA$. Докажите, что треугольники ABC и DCB равны.

2. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. На сторонах AB и BC отмечены такие точки C_1 и A_1 , что $BC_1 = BA_1$. Докажите равенство треугольников:
 - (а) BAC_1 и BCA_1 ; (б) ACC_1 и CAA_1 .

3. Три квадрата $ABCD$, $CDEF$ и $CKLM$ имеют общую вершину (см. рис). Докажите, что отрезки AM и KE равны. (У квадрата все стороны равны и все углы равны по 90° .)



К задаче 3

4. **Признак равенства четырёхугольников.** У двух четырёхугольников соответственно равны три стороны и два угла между этими сторонами. Докажите, что оставшиеся стороны и оставшиеся углы четырёхугольников соответственно равны.
5. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяли точки M и K соответственно. Известно, что $\angle AMC = \angle AKC$, $BM = BK = 8$, $AB = 15$, $AK = 9$. Найдите периметр треугольника ACP , где P — точка пересечения отрезков AK и CM .
6. В пятиугольнике $ABCDE$ углы ABC и CDE равны, $AB = ED$, $BC = CD$. Докажите, что $AD = BE$.
7. На одной стороне угла с вершиной Q отмечены точки A и B , а на другой — точки C и D , причём точки A и C лежат на отрезках QB и QD соответственно. Отрезки AD и BC пересекаются в точке P . Известно, что $\angle PBQ = \angle PDQ$ и $BP = DP$. Докажите, что PQ — биссектриса углов BQC и BPC .
8. В треугольнике ABC , в котором сторона BC вдвое больше стороны AB , проведена биссектриса BL . На продолжении стороны AC за точку A отметили такую точку K , что $AK = AL$. Докажите, что $BK = CL$.
9. На стороне AC треугольника ABC отметили точку D . Биссектриса CE треугольника ABC пересекает отрезок BD в точке O . Известно, что $OD = OE$, $\angle DOE = 120^\circ$. Докажите, что BD — биссектриса треугольника ABC .