# Треугольник Паскаля, шары и перегородки, формула включения и исключения.

## Базовый уровень

**1.** Найдите натуральное число(не единицу), встречающееся в треугольнике Паскаля

а) больше трёх раз.
б) больше четырёх раз.

**2.** Сколькими способами можно прочитать в таблице слово
а) Яндекс,
б) Кружок,
начиная с первой буквы слова и двигаясь вправо или вниз?

```
Я Н Д Е К С
  Н Д Е К С       К
    Д Е К С     К Р
      Е К С   К Р У
        К С К Р У Ж
          С К Р У Ж О
            К Р У Ж О К
```

**3.** Три очень творческих дизайнера принялись придумывать оформление квартиры каждый в свой цвет. Один успел оформить в красном цвете 75% квартиры, другой в зелёном – 70%, третий в белом – 65%. Какая часть квартиры совершенно точно продуманна в трех цветах оформления?

**4.** Кондитер должен оформить 15 пирожных в красными, желтыми или синими цветами. Сколькими способами он может это сделать?

## Продвинутый уровень

**5.** Докажите $C_{m+n}^k = C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \ldots + C_n^k C_m^0$, $0 \leqslant k \leqslant n$ используя

(a) операцию Паскаля и подсчет количества путей

(b) теорию множеств ($C_n^k$ – это количество $k$-элементных подмножеств в множестве из n элементов)

(c) бином Ньютона

**6.** С помощью треугольника Паскаля докажите, что $C_n^0 + C_n^2 + \cdots + C_n^{2k} + \cdots = 2^{n-1}$;

**7.** Найти значение выражения $1 + 7C_7^1 + 7^2C_7^2 + 7^3C_7^3 + 7^4C_7^4 + 7^5C_7^5 + 7^6C_7^6 + 7^7C_7^7$

**8.** (a) Докажите **Свойство 2** из лекции (b*)Докажите **Свойство 3** из лекции

**9.** Антон, Боря и Вера для подготовки к олимпиаде решали задачи из сборника "100 трудных, важных и интересных задач по математике для 7 класса", и решили по 60 задач каждый. Если задачу решил только один человек, то её они стали называть трудной, а если наоборот решили все трое – легкой. Каких задач оказалось больше трудных или легких и на сколько?

**10.** В магазине продается 4 типа шоколадок, 3 типа газировки и 5 видов чипсов. Сколькими способами можно закупиться вкусняшками на 8 друзей если в воскресенье во время игр в настолки каждому должны достаться(не важно какие) шоколадка,бутылка газировки и пачка чипсов?

**11.** Сколько существует целых неотрицательных решений неравенства

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n \leqslant k$$