Игры и стратегии

Дедлайн сдачи и разбор задач — семинар 6 марта.

Чтобы сдавать задачи продвинутого уровня, нужно сдать все задачи базового.

Базовый уровень

1. В соседних углах доски **(а)** 9×9; **(б)** 8×8 стоят чёрная и белая ладьи, остальные клетки заняты серыми пешками. Два игрока ходят по очереди, каждый своей ладьей, причем каждым ходом нужно съесть либо серую пешку, либо ладью противника. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

2. В пакете лежит много конфет. Каждым ходом можно взять из пакета несколько конфет, но не более половины. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каком изначальном количестве конфет у второго игрока есть выигрышная стратегия?

3. Два игрока по очереди пишут на доске натуральные числа, не превосходящие 1000. При этом нельзя писать делители уже выписанных чисел. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

4. На столе лежат 2024 карточки, на которых по разу написаны натуральные числа от 1 до 2024. Два игрока по очереди берут себе по одной карточке. Если после того, как все карточки будут разобраны, сумма чисел на карточках первого игрока будет делиться на 3, то выигрывает первый игрок, иначе — выигрывает второй. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

Продвинутый уровень

5. На окружности расставлено **(а)** 2026; **(б)** 2025 точек. Петя и Вася ходят по очереди (начинает Петя). За ход разрешается соединить любые две из них отрезком, не пересекающимся по внутренним точкам с отрезками, проведёнными ранее (в концах отрезки могут соприкасаться). Проигрывает тот, кто не может сходить. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

6. На столе лежат две стопки монет: в одной из них 15, в другой 22 монеты. За один ход разрешается убрать со стола любое натуральное число монет, лежащих в одной стопке. Проигрывает тот, кто заберёт последнюю монету. Кто выигрывает при правильной игре?

7. В десяти корзинах лежат яблоки: $1, 3, 5, \ldots, 19$ яблок. Петя и Вася берут по одному яблоку по очереди. Проигрывает тот, после чьего хода в каких-то корзинах станет яблок поровну. Кто из них не может избежать проигрыша?

8. Даны две кучки камней. В одной 2025, в другой 2026 спичек. Двое играют в следующую игру: при своем ходе каждый выбрасывает одну из двух кучек,

а другую делит на две не обязательно равные кучки. Проигравшим считается тот, кто не может разделить кучку на две части. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

9. На прямой через равные промежутки отметили точки, а затем в три из этих точек посадили кузнечиков. Играют двое. Они по очереди дают команду одному из крайних кузнечиков прыгнуть в точку между двумя другими (игрок говорит, в какую именно точку прыгнуть). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Считая, что изначально расстояние между первыми двумя кузнечиками было равно K промежуткам, а между вторым и третьим — L промежуткам, скажите, кто выигрывает в зависимости от K и L.

10. На столе лежит 2019 камней. Петя и Вася играют в игру по следующим правилам. Ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно взять со стола 1 или 2 камня, но один и тот же игрок два раза подряд не может брать 2 камня. Проигрывает не имеющий хода. Кто из игроков сможет обеспечить себе победу вне зависимости от игры противника?