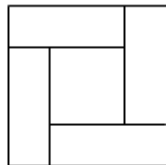


Принцип крайнего и упорядочивание: семинар

1. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

2. Можно ли расставить в вершинах куба числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? Не больше трёх?

3. Объясните, в чём ошибка в решении, и приведите правильное решение.
Условие: На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдётся ладья, бьющая не более двух других?



Решение: Рассмотрим ладью, которая находится правее и выше всех остальных ладей. Справа от нее нет других ладей, потому что она находится правее остальных. Выше нее тоже нет других ладей, потому что она находится выше всех других ладей. Значит эта ладья может бить только ладьи ниже и левее её. А это максимум две ладьи: одна ближайшая слева и одна ближайшая снизу. Ответ: Да, найдется.

4. В каждой из 10 коробок лежит несколько карандашей. Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, можно выбрать по карандашу из каждой коробки так, чтобы все они были разных цветов.
5. Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.
6. Можно ли из натуральных чисел от 1 до 11 выбрать восемь чисел так, чтобы их сумма равнялась сумме остальных?
7. Квадрат разбит на пять прямоугольников так, что четыре угла квадрата являются углами четырёх прямоугольников, площади которых равны между собой, а пятый прямоугольник не имеет общих точек со сторонами квадрата. Докажите, что этот пятый прямоугольник есть квадрат.
8. На плоскости расположено несколько точек, все попарные расстояния между которыми различны. Каждую из этих точек соединяют с ближайшей. Может ли при этом получиться замкнутая ломаная?
9. Имеется 36 борцов. У каждого некоторый уровень силы, и более сильный всегда побеждает более слабого, а равные по силе сводят поединок вничью. Всегда ли этих борцов можно разбить на пары так, что все победители в парах будут не слабее, чем все те, кто сделал ничью или проиграл, а все сделавшие ничью будут не слабее всех тех, кто проиграл?
10. Есть n различных чисел. Докажите, что среди их попарных сумм есть хотя бы $2n-3$ различных.

11. **(Письменная задача)** На тарелке лежат 9 разных кусочков сыра. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились бы на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?
12. На уроке танцев 15 мальчиков и 15 девочек построили двумя параллельными колоннами, так что образовалось 15 пар. В каждой паре измерили разницу роста мальчика и девочки (разница берётся по абсолютной величине, то есть из большего вычитают меньшее). Максимальная разность оказалась 10 см. В другой раз перед образованием пар каждую колонну предварительно построили по росту. Докажите, что максимальная разность будет не больше 10 см.