

Перечислительная комбинаторика: семинар

1. **(Устная задача)** Число называется *палиндромом*, если слева направо оно «читается» так же, как справа налево. Например, число 76567 — палиндром. Сколько существует семизначных палиндромов, в которых предпоследняя цифра 7?
2. **(Устная задача)** На девяти карточках записаны числа от 1 до 9. Из них составляют три трёхзначных числа таким образом, чтобы сумма получившихся чисел была максимально возможной. Каким числом способов это можно сделать?
3. **(Письменная задача)** Знайка очень любит изучать билетки из автобуса (каждый билетик имеет номер от 000000 до 999999). Знайка называет билетик *превосходным*, если в номере билета есть две соседние цифры с разностью 5 (из большей вычитается меньшая). Сколько всего превосходных билетиков?
4. **(Устная задача)** Объясните, в чём ошибка в решении, и приведите правильное решение.

Условие: «Из 5 купцов и 10 дельцов нужно выбрать правление гильдии, в состав которого войдут 4 человека. При этом в правлении гильдии должен быть хотя бы один купец. Сколькими способами можно выбрать правление?»

Решение: «Сначала выберем в гильдию купца — 5 способов. После этого из 14 человек на оставшиеся 3 места выберем с помощью размещений без повторений. Таким образом, получим ответ $5 \cdot A_{14}^3$ ».

5. **(Устная задача)** *Анаграммой* называется произвольное слово, полученное из данного слова перестановкой букв. Сколько анаграмм можно составить из слова ПЕРЕПРОВЕРКА так, чтобы буква А шла сразу за буквой Е?
6. **(Устная задача)** Сколькими способами Дед Мороз может подарить 7 разных подарков 5 детям, если никакой ребёнок не должен уйти с праздника без подарка?
7. **(Письменная задача)** Сколько существует десятизначных чисел из различных цифр, в которых две чётные цифры не стоят рядом?
8. **(Устная задача)** Объясните, в чём ошибка в решении, и приведите правильное решение.

Условие: «Дана шахматная доска на стержне (она может вращаться вокруг своего центра). На неё ставят 2 чёрные и 2 белые ладьи. Сколькими способами это сделать?»

Решение: «Пару белых ладей мы можем выставить C_{64}^2 способами, а пару чёрных ладей мы можем доставить к ним C_{62}^2 способами, поскольку две клетки заняты белыми ладьями. Далее надо учесть возможность вращения доски. Известно, что от поворота на 90° , расстановка не меняется. Поэтому у каждой расстановки есть ещё три (после поворота на 90° , 180° , 270°), совпадающие с ней. Поэтому надо все способы разделить на 4. В итоге ответ: $\frac{C_{64}^2 \cdot C_{62}^2}{4}$ ».