

Чётность

1. Трое ребят играют в слова. Каждый записывает себе в тетрадь несколько слов. Затем за эти слова начисляются очки по следующему правилу:
 - Если одно и то же слово написано у всех троих, то за него не начисляются очки.
 - Если какое-то слово написано ровно у двоих, то за него начисляется 1 очко.
 - Если слово написано только у одного и не встречается у остальных, то за такое слово начисляется 4 очка.

Может ли через несколько ходов у одного быть 161 очко, у второго — 180 очков, у третьего — 286 очков?

2. По кругу написано 50 натуральных чисел, причём соседние два числа отличаются на 1. Может ли сумма всех чисел равняться 2026?
3. На доске записаны числа
 - (a) 1, 2, 3, ..., 2013, 2024;
 - (b) 1, 2, 3, ..., 2024, 2025;
 - (c) 1, 2, 3, ..., 2025, 2026.

Разрешается стереть любые два числа и записать вместо них разность этих чисел. Можно ли повторять эту операцию так, чтобы на доске осталось единственное число — 0?

4. Можно ли числа от 1 до 2025 разбить на несколько групп так, чтобы в каждой группе одно из чисел равнялось сумме всех остальных?
5. Юна записала красным фломастером по кругу несколько чисел. Между соседними числами Аня записала синим фломастером их сумму. Оказалось, что среди синих чисел чётных и нечётных чисел одинаковое количество. Докажите, что количество красных чисел (a) чётно; (b) делится на 4.
6. Взяли пять натуральных чисел и для каждого двух записали их сумму. Могут ли среди них оказаться ровно пять чётных чисел?
7. В пробирке находятся марсианские амёбы трёх типов A , B и C . Две амёбы любых двух разных типов могут слиться в одну амёбу третьего типа. После нескольких таких слияний в пробирке оказалась одна амёба. Каков её тип, если изначально амёб типа A было 20 штук, типа B — 21 штука и типа C — 22 штуки?
8. (a) По кругу в произвольном порядке расставлены числа от 1 до 101 (каждое число встречается ровно один раз).
(b) По кругу в произвольном порядке расставлены чётные числа от 2 до 202 (каждое число встречается ровно один раз).
(c) По кругу расставлены 101 натуральное число.

Докажите, что найдутся два соседних числа такие, что после их выкидывания оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.