

Узкие места

6 декабря 2025

1. В цирке 10 силачей вынесли на арену на руках по циркачке, каждая легче того, кто её нёс. Потом эти циркачки унесли с арены каждая по силачу. Могло ли случиться что
 - а) каждая циркачка несла силача легче себя?
 - б) 9 из этих циркачек несли силачей легче себя?
2. Квадрат 10×10 сложен из домино 1×2 .
 - а) Может ли в нем не быть квадратов 2×2 , составленных из двух доминошек?
 - б) Может ли в нем быть не более одного такого квадрата?
3. У Волена есть два кубика, на каждую грань которых он хочет написать одну из цифр от 0 до 9. Может ли Волен так нарисовать цифры на гранях, чтобы получился «календарь»:
 - а) выбирая один кубик или выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любое число от 1 до 31?
 - б) выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любую комбинацию от 01 до 31?

(Перевернутую цифру 6 нельзя использовать как 9, а цифру 9 – как 6)
4. Можно ли разрезать правильный 6-угольник на 12 треугольников так, чтобы каждый треугольник имел общий отрезок границы ровно с 3 другими треугольниками?
5. Есть 15 единичных кубиков.
 - а) У каждого из кубиков есть по три красные грани. Обязательно ли из части кубиков можно сложить красный снаружи куб $2 \times 2 \times 2$?
 - б) У каждого из кубиков есть красная, жёлтая и зелёная грань. Из части кубиков удалось сложить красный снаружи куб $2 \times 2 \times 2$. Докажите, что из части кубиков нельзя сложить жёлтый снаружи куб $2 \times 2 \times 2$.
6. Можно ли раскрасить грани 27 единичных кубиков в красный, жёлтый и зелёный цвет так, чтобы можно было из них собрать и красный, и жёлтый, и зелёный снаружи куб $3 \times 3 \times 3$? (Грани однокубика можно красить в один, два или все три цвета.)
7. Разрежьте шахматную доску 8×8 на а) 33 б) 34 прямоугольника так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались даже углами.