

Делимость

11 апреля 2026

Обсуждаются на семинаре

1. Существует ли восемь натуральных чисел, среди которых ровно одно делится на 8, ровно два делятся на 7, ровно три на 6, $\dots$, ровно семь на 2?
2. Про простое число p известно, что его нельзя представить в виде суммы двух составных чисел. Найдите чему может равняться p и докажите, что других нет.
3. Сеня и Женя покупают в столовой чай, пирожки и бутерброды. За неделю Сеня выпил 5 стаканов чая, съел 4 пирожка и 3 бутерброда, а Женя выпил 4 стакана чая, съел 1 пирожок и 9 бутербродов. Стакан чая, пирожок и бутерброд стоят целое число рублей. Известно, что Сеня потратил сумму, кратную 11. Докажите, что Женя также потратил сумму, кратную 11.
4. Существует ли решение у ребуса:
(а) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ***0 000;
(б) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ***00 000;
(в) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ** 000 000?
(Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми — одинаковые, а звёздочками — любые.)

Основные задачи

5. При делении на 60 простое число p даёт остаток n . Известно, что n — составное число. Чему может равняться n ? (Укажите все значения и докажите, что других нет.)
6. Нескольким зверюшкам раздали 210 долек апельсина. Выяснилось, что зайчику досталось меньше всех долек, и остальные зверюшки передали по одной своей дольке зайчику. После этого у всех зверей стало ровно по x долек. Найдите максимально и минимально возможное значение x .
7. В выражении $10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1$ расставили скобки так, что в результате вычислений получилось целое число. Каким (а) наибольшим, (б) наименьшим может быть это число?
8. В шести корзинах лежат груши, сливы и яблоки. Число слив в каждой корзине равно числу яблок в остальных корзинах вместе взятых, а число яблок в каждой корзине равно числу груш в остальных корзинах вместе взятых. Докажите, что общее число фруктов делится на 31.

9. Маша хочет придумать такие одиннадцать последовательных натуральных чисел, что к каждому из них можно либо прибавить единицу, либо вычесть единицу так, что полученные одиннадцать чисел будут иметь такое же произведение как и произведение изначальных одиннадцати чисел. Сможет ли Маша придумать такие числа?
10. Натуральные числа от 1 до 37 выписали в ряд: первым выписали число 37, вторым — 1, а каждое следующее число выписывали так, чтобы сумма всех предыдущих чисел делилась на это число. Какое число выписали третьим?

Письменные задачи

11. Назовём натуральное число *интересным*, если сумма его цифр — простое число. Какое наибольшее количество интересных чисел может быть среди пяти подряд идущих натуральных чисел?
12. Можно ли в таблицу 4×4 расставить все натуральные числа от 1 до 16 так, чтобы произведение чисел в каждой строке и в каждом столбце делилось бы на 16.