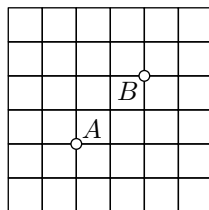


Раскраски

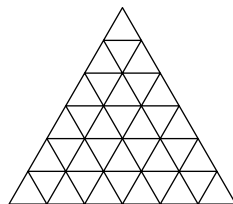
1 ноября 2025

1. (Письменно) Турист находится в точке A и может ходить только по линиям сетки. Каждую минуту он переходит из одного пересечения линий в соседнее. Сможет ли он ровно через 33 минуты оказаться в точке B ?



2. В каждой клетке доски 7×7 сидит жук.
(а) По команде каждый жук переполз на одну из соседних по стороне клеток. Докажите, что при этом найдется хотя бы одна свободная клетка.
(б) (Письменно) По команде каждый жук переполз на одну из соседних по диагонали клеток. Докажите, что при этом найдется хотя бы 7 свободных клеток.

К задаче 1

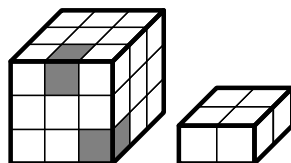


К задаче 3

4. (а) (Письменно) Из доски 7×7 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 1×3 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажете, что других нет.

(б) Из доски 11×11 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 1×4 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажете, что других нет.

5. Дан куб $3 \times 3 \times 3$, разделенный на 27 кубиков $1 \times 1 \times 1$ (см. рис.). В каждом незакрашенном маленьком кубике стоит число 0, а в покрашенном — 1. Разрешается выбрать 4 кубика, у которых есть общее ребро, и в каждом из них к числу прибавить по 1. Можно ли сделать так, чтобы все числа стали равными?



К задаче 5

6. Шахматный король обошёл всю доску 8×8 , побывав на каждой клетке по одному разу, вернувшись последним ходом в исходную клетку. Докажите, что он сделал чётное число диагональных ходов.
7. Квадрат 6×6 клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник 1×4 и перекрасить все его клетки в противоположный цвет (белые — в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
8. Можно ли разрезать квадрат 2027×2027 на горизонтальные доминошки и вертикальные прямоугольниками 1×3 ?
9. В левом нижнем углу клетчатой доски $n \times n$ стоит конь. Известно, что наименьшее число ходов, за которое конь может дойти до правого верхнего угла, равно наименьшему числу ходов, за которое он может дойти до правого нижнего угла. Найдите n .