

Разнойбой

14 марта 2026

1. Серёжа выписал все натуральные числа от 1 до N и заметил, что ровно 40% из них начинаются с единицы. Докажите, что и N начинается с единицы.
2. Куб с ребром длины 6 оклеен в один слой прямоугольными полосками размером 1×8 и трёхклеточными уголками (фигурки обоих видов присутствуют). Какое наименьшее количество уголков может быть?
3. Маша нарисовала замкнутую семизвенную ломаную. Для каждого звена она записала, со сколькими звеньями оно пересекается во внутренних точках. Могла ли она записать в каком-нибудь порядке числа 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1? (Любые два звена ломаной, не являющиеся соседними, либо пересекаются во внутренней точке, либо не имеют общих точек.)
4. Для натуральных чисел a , b , c и d , среди которых нет одинаковых, выполняется равенство $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{b}{d} - \frac{a}{c}$. Докажите, что произведение чисел a , b , c и d является квадратом целого числа.
5. Из квадрата размером 7×7 вырезали одну клетку. Оставшуюся фигуру можно заполнить различными уголками единственным образом. Как могла располагаться вырезанная клетка? (*Уголок — это клетчатая фигура, полученная вырезанием из квадрата размером $n \times n$ квадрата размером $(n-1) \times (n-1)$.*)
6. Король решил устроить испытание для своего придворного мудреца. Перед мудрецом положили девять карточек с номерами от 1 до 9 (мудрец видит номера) и сообщили, что на другой стороне карточек также записаны числа от 1 до 9, причём все записанные числа, кроме двух, совпадают с номером карточки, а два перепутаны. За один вопрос мудрец может указать на одну или несколько карточек и узнать сумму записанных там скрытых от него чисел. Может ли он гарантированно определить перепутанные карточки за три вопроса?