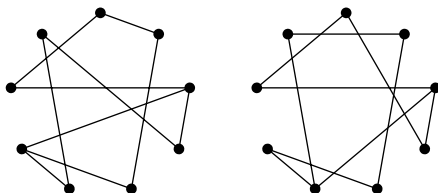


Знакомство с графами

21 февраля 2026

Обсуждаются на семинаре

1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите, а также по соседству живут Евгений с Никитой, Иван с Сергеем, Евгений с Димой, Сергей с Антоном и больше соседей в означенной деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться к Никите за яблоками?
2. Дан пятиугольник $ABCDE$. В вершине A расположена красная фишка, в вершине B — синяя фишка, в вершине C — желтая фишка. Разрешается двигать их по диагонали в свободную вершину. Можно ли такими действиями поменять синюю и жёлтую фишку местами? (Красная фишка в конце должна оказаться в вершине A .)
3. Изоморфны ли графы на рисунке?

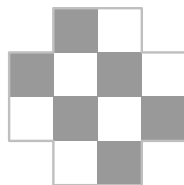


4. Существует ли 8-вершинный граф, степени вершин которого равны

(а) 7, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 1;	(с) 7, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 2;
(б) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2;	(д) 6, 6, 6, 5, 5, 4, 4, 4?

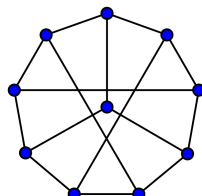
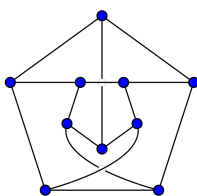
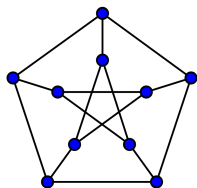
Основные задачи

5. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 вырезать угловые клетки (см. рис.).

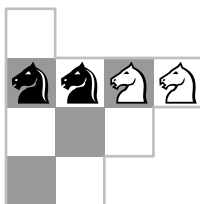


- (а) Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходную клетку, побывав на всех клетках ровно по разу? А можно ли обойти её начав с любой клетки?
- (б) А можно ли придумать доску, такую, что из некоторых её клеток конь может обойти все клетки по одному разу и вернуться назад, из других — может обойти все клетки, но вернуться назад не сможет, а из третьих — не сможет даже просто обойти все клетки. А только клетки последних двух типов?

6. **Граф Петерсена.** Докажите, что графы на рисунках изоморфны.



7. В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?
8. Среди нескольких рыцарей каждые двое — либо друзья, либо враги. У каждого из рыцарей ровно три врага, причём враги его друзей являются его врагами. Сколько могло быть рыцарей?
9. На куске шахматной доски расположены два белых и два черных коня. Ходы происходят по шахматным правилам. Могут ли через несколько ходов белые и чёрные кони поменяться местами?



Письменные задачи

10. Докажите, что в любом графе (у которого не менее двух вершин) найдутся две вершины одинаковой степени.