

Вокруг суммы цифр

18 апреля 2026 • 6 класс, продвинутая группа

Обозначим через $S(N)$ сумму цифр числа N . Например, $S(2026) = 2+0+2+6 = 10$.

Утверждение. $S(X + Y) = S(X) + S(Y) - 9 \cdot \Pi$, где Π – число переносов при сложении чисел X и Y в столбик.

Обсуждаются на семинаре

Задача 1. Придумайте и докажите аналогичную формулу для $S(X - Y)$.

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное n такое, что $S(n) = 19$ и $S(9n) = 9$.

Задача 3. Известно, что сумма цифр натурального числа N равна 100, а сумма цифр числа $5N$ равна 50. Докажите, что N чётно.

Задача 4. Докажите, что нельзя подобрать такие два натуральных числа X и Y , что Y получается из X перестановкой цифр и $X + Y = \underbrace{99 \dots 9}_{2025}$.

Основные задачи

Задача 5. У Серёжи есть по 5 карточек с цифрами 1, 3, 5. Он составил из них 5 трехзначных чисел, сложил их и получил сумму K . Оказалось, что в числе K ровно одна нечетная цифра. Найдите $S(K)$.

Задача 6. Антиподом натурального числа называется число, записанное теми же цифрами в обратном порядке.

- А) В пятизначном числе N цифры идут в строго убывающем порядке. Число M – его антипод. Найдите сумму цифр числа $N - M$.
- Б) Федя взял пятизначное число, в записи которого нет нулей и все цифры различны, причем первая цифра больше пятой. Далее Федя вычел из этого числа его антипод; результат оказался пятизначным числом. Этот результат Федя сложил уже с его антиподом. Какие ответы могли получиться у Федеи?

Задача 7. Письменно. Докажите, что для любого 113-значного числа $\overline{a_1 a_2 \dots a_{113}}$ в записи числа $\overline{a_1 a_2 \dots a_{113}} + \overline{a_{113} a_{112} \dots a_1}$ есть чётная цифра.

Задача 8. Сумма цифр натурального числа n равна 100, а сумма цифр числа $44n$ равна 800. Чему равна сумма цифр числа $3n$?

Задача 9. Докажите, что:

$$S(1) - S(2) + S(3) - S(4) + \dots - S(7^{100} - 1) + S(7^{100}) = \frac{7^{100} + 1}{2}.$$