

Постепенное конструирование

13 декабря 2025 • 6 класс, продвинутая группа

Задача 1 (письменно). У Серёжи есть 2000 гирь с весами 1г, 2г, ..., 2000г. Он хочет разложить эти гири на 3 кучи с равной суммарной массой. Как ему это сделать?

- Разложите первые 8 гирь (с весами от 1г до 8г) на три кучки с равными массами;
- Докажите, что любые 6 гирь с последовательными весами можно разложить на 3 кучи с равными массами;
- Решите задачу.

Задача 2. На бесконечной прямой тропинке через каждый метр нарисована метка. На одной из отметок сидит хромой кузнечик, который умеет прыгать влево на 7 метров, а вправо – на 4 метра. Докажите, что кузнечик может допрыгать до любой отметки.

Задача 3 (письменно). Докажите, что существует 1000 различных натуральных чисел сумма которых делится на каждое из слагаемых.

- Найдите три таких натуральных числа;
- Дополните ответ на предыдущий пункт четвертым числом так, чтобы условие осталось верным;

А) Решите задачу.

Б) Решите задачу с дополнительным условием, что все числа должны быть не меньше 1000.

Задача 4. Расставьте различные натуральные числа в таблицу 2×3 (2 строки, 3 столбца) так, чтобы произведения в столбцах были равны, и суммы в строках тоже были равны (но суммы могут отличаться от произведений).

Задача 5. Как разложить 100 монет в 7 кошельков так, чтобы любое количество монет от 1 до 100 можно было бы выдать, не открывая кошельки?

Задача 6. Как разложить несколько монет в 11 кошельков так, чтобы даже при потере любого кошелька можно было бы выдать любую сумму от 1 до 100 монет, не открывая кошельки?

- Придумайте, как разложить 7 монет в 4 кошелька, чтобы можно было (с потерей одного) выдать любую сумму от 1 до 4 монет;
- То же самое, но 12 монет в 5 кошельков, чтобы можно было выдать сумму от 1 до 7 монет;
- Несколько монет в 6 кошельков так, чтобы можно было выдать любую сумму от 1 до 12 монет;
- Решите задачу.

Задача 7. Представьте число 1 в виде суммы 10 различных обыкновенных дробей с числителем 1.

Примечание: просто случайный пример не засчитывается; чтобы сдать задачу, необходимо придумать, как применить постепенное конструирование для построения этого примера.

Задача 8. У продавца есть по две монеты каждого из 180 номиналов: $1, 2, 3, \dots, 180$ тугриков. Помогите ему разложить эти монеты в четыре столбика так, чтобы любую сумму от 1 до $180 \cdot 181$ тугриков можно было набрать, сняв несколько (возможно 0) монет сверху каждого из столбиков.

Указание: сначала решите задачу для двух столбиков с монетами $1, 1, 2, 2, 3, 3$; то есть, разложите их так, чтобы любую сумму от 1 до 12 можно было выдать, снимая монеты сверху. Затем попробуйте обобщить ваш пример.