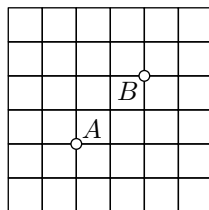


Раскраски

8 ноября 2025

1. Турист находится в точке A и может ходить только по линиям сетки. Каждую минуту он переходит из одного пересечения линий в соседнее. Сможет ли он ровно через 33 минуты оказаться в точке B ?

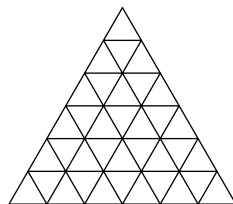


2. В каждой клетке доски 7×7 сидит жук.
(а) По команде каждый жук переполз на одну из соседних по стороне клеток. Докажите, что при этом найдется хотя бы одна свободная клетка.

- (б) (Письменно) По команде каждый жук переполз на одну из соседних по диагонали клеток. Докажите, что при этом найдется хотя бы 7 свободных клеток.

3. Замок в форме треугольника со стороной 6 разбит на 36 треугольных комнат со стороной 1 (см. рис.). В каждой стене, разделяющей две соседние комнаты, есть дверь. Какое наибольшее число комнат сможет обойти турист, не заходя ни в какую из комнат дважды?

К задаче 1



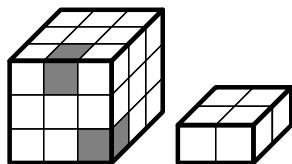
К задаче 3

4. В левый нижний угол шахматной доски 8×8 поставлено в форме квадрата 3×3 девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата 3×3 , но в другом углу:

- (а) (Письменно) левом верхнем;
(б) правом верхнем?
5. (а) (Письменно) Из доски 7×7 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 1×3 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажете, что других нет.
(б) Из доски 11×11 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 1×4 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажете, что других нет.

6. На поверхности куба проведена замкнутая восьмизвенная ломаная, вершины которой совпадают с вершинами куба. Какое наименьшее количество звеньев этой ломаной может совпасть с рёбрами куба?

7. Дан куб $3 \times 3 \times 3$, разделенный на 27 кубиков $1 \times 1 \times 1$ (см. рис.). В каждом незакрашенном маленьком кубике стоит число 0, а в закрашенном — 1. Разрешается выбрать 4 кубика, у которых есть общее ребро, и в каждом из них к числу прибавить по 1. Можно ли сделать так, чтобы все числа стали равными?



К задаче 7

8. Квадрат 6×6 клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник 1×4 и перекрасить все его клетки в противоположный цвет (белые — в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?