

Делимость

18 апреля 2026

Обсуждаются на семинаре

1. Вчера Никита купил несколько ручек: чёрные — по 9 рублей за штуку и синие — по 4 рубля за штуку. Зайдя сегодня в тот же магазин, он обнаружил, что цены на ручки изменились: чёрные стали стоить 4 рубля за штуку, а синие — 9 рублей. Увидев такое, Никита сказал с досадой: «Покупай я те же ручки сегодня, сэкономил бы 49 рублей». Не ошибается ли он?
2. Существует ли восемь натуральных чисел, среди которых ровно одно делится на 8, ровно два делятся на 7, ровно три на 6, ..., ровно семь на 2?
3. Про простое число p известно, что его нельзя представить в виде суммы двух составных чисел. Найдите чему может равняться p и докажите, что других нет.
4. Существует ли решение у ребуса:
(а) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ***0 000;
(б) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ** *00 000;
(в) ОСЫ · ЕЛИ · МЁД = ** 000 000?
(Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми — одинаковые, а звёздочками — любые.)

Основные задачи

5. При делении на 60 простое число p даёт остаток n . Известно, что n — составное число. Чему может равняться n ? (Укажите все значения и докажите, что других нет.)
6. Несколько зверюшкам раздали 210 долек апельсина. Выяснилось, что зайчику досталось меньше всех долек, и остальные зверюшки передали по одной своей дольке зайчику. После этого у всех зверей стало ровно по x долек. Найдите максимально и минимально возможное значение x .
7. Числа от 1 до 10 разбили на две группы так, что произведение чисел в первой группе нацело делится на произведение чисел во второй. Какое наименьшее значение может быть у частного от деления первого произведения на второе?
8. Сеня и Женя покупают в столовой чай, пирожки и бутерброды. За неделю Сеня выпил 5 стаканов чая, съел 4 пирожка и 3 бутерброда, а Женя выпил 4 стакана чая, съел 1 пирожок и 9 бутербродов. Стакан чая, пирожок и бутерброд стоят целое число рублей. Известно, что Сеня потратил сумму, кратную 11. Докажите, что Женя также потратил сумму, кратную 11.

9. Маша хочет придумать такие одиннадцать последовательных натуральных чисел, что к каждому из них можно либо прибавить единицу, либо вычесть единицу так, что полученные одиннадцать чисел будут иметь такое же произведение как и произведение изначальных одиннадцати чисел. Сможет ли Маша придумать такие числа?

Письменные задачи

10. Можно ли в таблицу 4×4 расставить все натуральные числа от 1 до 16 так, чтобы произведение чисел в каждой строке и в каждом столбце делилось бы на 16.
11. Назовём натуральное число *интересным*, если сумма его цифр — простое число. Какое наибольшее количество интересных чисел может быть среди пяти подряд идущих натуральных чисел?