

Знакомство с графами

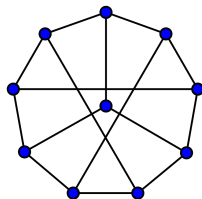
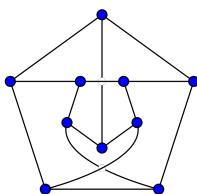
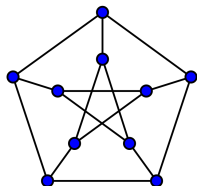
21 февраля 2026

Обсуждаются на семинаре

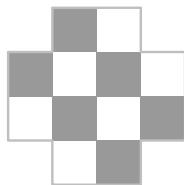
1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите, а также по соседству живут Евгений с Никитой, Иван с Сергеем, Евгений с Димой, Сергей с Антоном и больше соседей в означенной деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться к Никите за яблоками?
2. Дан пятиугольник $ABCDE$. В вершине A расположена красная фишка, в вершине B — синяя фишка, в вершине C — желтая фишка. Разрешается двигать их по диагонали в свободную вершину. Можно ли такими действиями поменять синюю и жёлтую фишку местами? (Красная фишка в конце должна оказаться в вершине A .)
3. Обязательно ли два графа на 6 вершинах изоморфны, если степень каждой вершина равна 3?
4. Существует ли 8-вершинный граф, степени вершин которого равны
 - (а) 7, 7, 5, 4, 4, 2, 2, 1;
 - (б) 7, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 1;
 - (с) 7, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 2;
 - (д) 6, 6, 6, 5, 5, 4, 4, 4?

Основные задачи

5. Доказать, что шахматную доску размером 4×4 нельзя обойти ходом шахматного коня, побывав на каждом поле ровно один раз.
6. **Граф Петерсена.** Докажите, что графы на рисунках изоморфны.



7. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 вырезать угловые клетки (см. рис.).
 - (а) Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходную клетку, побывав на всех клетках ровно по разу? А можно ли обойти её начав с любой клетки?



- (b) А можно ли придумать доску, такую, что из некоторых её клеток конь может обойти все клетки по одному разу и вернуться назад, из других — может обойти все клетки, но вернуться назад не сможет, а из третьих — не сможет даже просто обойти все клетки. А только клетки последних двух типов?
8. В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

Письменные задачи

9. Докажите, что в любом графе (у которого не менее двух вершин) найдутся две вершины одинаковой степени.