

Чётность

1. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?
2. В 17 коробок разложили 100 бусинок и на каждой написали количество бусинок в этой коробке. Затем эти числа перемножили. Какое число получилось в результате — чётное или нечётное?
3. За круглым столом сидят девочки и мальчики. Известно, что девочек больше чем мальчиков. Докажите, что какие-то две девочки сидят рядом.
4. Можно ли в сумме $1 + 2 + 3 + \dots + 2025$ поменять некоторые плюсы на минусы, так что бы полученное выражение оказалось равно 2026?
5. На доске записаны два подряд идущих шестизначных числа. Оказалось, что в каждом из этих чисел сумма трёх каких-то его цифр равна сумме трёх остальных. Докажите, что одно из этих чисел заканчивается на 9.
6. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — девочки.
7. Петя выписал подряд все числа месяца: 123456789101112... и покрасил три дня (дни рождения своих друзей), никакие два из которых не идут подряд. Оказалось, что все непокрашенные участки состоят из одинакового количества цифр. Докажите, что первое число месяца покрашено.
8. По кругу лежат 99 фруктов двух разных сортов.
 - (а) Верно ли, что найдутся два фрукта одного сорта, лежащие рядом?
 - (б) Верно ли, что найдутся два фрукта одного сорта, между которыми лежит ровно два фрукта?
 - (с) Те же вопросы для 100 фруктов.