

От противного + Принцип Дирихле

1. До семинара постарайтесь подготовить напечатанные решения этих задач — их нужно будет обсудить с семинаристом. Если какая-то задача не решилась, ничего страшного — нужно будет обсудить ее с семинаристом для закрепления темы
 - а) В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников
 - б) В магазин привезли 25 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежали яблоки одного сорта. Найдутся ли 9 ящиков одного сорта?
 - в) На голове у человека не более миллиона волос. Докажите, что в Москве найдутся два человека с одинаковым количеством волос.
2. Однажды все ученики класса из 17 мальчиков и 13 девочек решили сесть за круглый стол. Докажите, что найдутся два мальчика, которые сидят рядом.

В этой задаче нужно придумать короткое решение. Если не получается – попросите подсказку.
3. Докажите, что среди любых 11 целых чисел найдутся два, разность которых делится на 10
4. Барон Мюнхгаузен написал на доску двенадцатизначное число, в записи которого встречаются только цифры 1 и 2. Он утверждает, что какой бы набор из шести цифр из этого числа ни вычеркнуть, все полученные результаты не будут делиться на 11. Можно ли верить словам барона?
5. На шахматной доске стоит 15 слонов. Докажите, что найдутся два, которые бьют друг друга.
6. В таблице 4×4 расставлены числа 0, 1 и 2. Докажите, что среди сумм по строкам, столбцам и диагоналям найдутся две одинаковые.
7. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки. Каждый послал 5 открыток. Докажите, что какие-то двое послали открытки друг другу.
8. Дана доска размера 5×21 , раскрашенная в 2 цвета. Докажите, что из него можно вычеркнуть две строки и 18 столбцов так, чтобы оставшиеся 9 клеток были одного цвета.