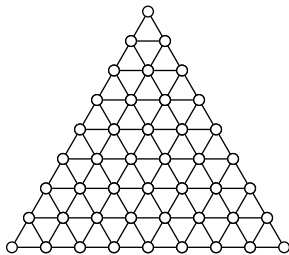


Раскраски 2

29 ноября 2025

1. На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать не менее 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом (соприкасающимися считаются клетки, имеющие хотя бы одну общую вершину).
2. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно вырезать из доски размером 6×6 ? (Разрезы проходят по границам клеток.)
Придумайте решение этой задачи, не используя диагональную раскраску.
3. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратов 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.
4. **(Письменно)** Докажите, что доску размером 10×10 нельзя разрезать на прямоугольники 1×4 .
Придумайте два решения этой задачи, не используя диагональную раскраску.
5. Некоторую прямоугольную доску разрезали на квадраты 2×2 и прямоугольники 1×4 . Можно ли такую же доску разрезать на квадраты 2×2 и прямоугольники 1×4 другим способом, чтобы количество квадратов 2×2 изменилось на 1?
6. **(Письменно)** Треугольник со стороной 8 разделили на треугольники со стороной 1 (см. рис.). Какое наименьшее количество маленьких треугольников надо закрасить, чтобы все вершины маленьких треугольников (выделены на рисунке) были вершинами хотя бы одного закрашенного треугольника?
7. В каждой клетке доски 7×7 стоит белая или чёрная фишка. За один ход можно убрать с доски две фишки одного цвета, если они стоят в соседних по стороне или углу клетках. Какое наибольшее количество шашек можно гарантированно убрать с доски?



К задаче 6