

Признаки делимости

16 мая 2026

Натуральное число A делится

- на 2 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 2.
- на 3 $\Leftrightarrow$ сумма всех его цифр делится на 3.
- на 4 $\Leftrightarrow$ число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4.
- на 5 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 5.
- на 8 $\Leftrightarrow$ число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8.
- на 9 $\Leftrightarrow$ сумма всех его цифр делится на 9.
- на 10 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 10.
- на 11 $\Leftrightarrow$ разность суммы цифр, стоящих на чётных местах, и суммы цифр, стоящих на нечётных местах, делится на 11.
- на 25 $\Leftrightarrow$ число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 25.

Обсуждаются на семинаре

1. Во всех пунктах нужно найти все варианты и показать, что других нет.
(а) Число $\overline{7459A}$ делится на 6. Найти его цифру A .
(б) Число $\overline{376B}$ делится на 15. Найти его цифру B .
(с) Число $\overline{824C}$ делится на 12. Найти его цифру C .
(д) Число $\overline{54XY2}$ делится на 36. Найти его цифры X и Y .
2. Ваня задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может оканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух?
3. Не выполняя вычислений, докажите, что в записях допущена ошибка:
(а) $2018 \cdot 2023 = 4092414$; (б) $2019 \cdot 2019 = 4064361$.
4. Существуют ли решения у ребуса $AB \times CD = EFFE$?

Основные задачи

5. Найдите семизначный пароль от сейфа, если известно что он состоит из двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А также известно, что он делится на 3 и на 4.
6. На доске записано произвольное 2026-значное число, кратное 9. Обозначим через A сумму цифр этого числа. Обозначим через B сумму цифр числа A . Обозначим через C сумму цифр числа B . Найдите число C .
7. A — шестизначное число, в записи которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что A не делится на 11.

8. (а) Известно, что $16! = 20\,922 * 89\,888\,000$.
(б) Известно, что $24! = 620\,448\,401\,7 * 3\,239\,439\,36 * 000$.
Замените $*$ на цифры, чтобы получилось верное равенство.
9. Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?

Письменные задачи

10. Сколько существует чисел $\overline{abcdef}$, в записи которого участвуют различные цифры от 1 до 6, так что $\overline{ab} : 2$, $\overline{abc} : 3$, $\overline{abcd} : 4$, $\overline{abcde} : 5$, $\overline{abcdef} : 6$.
11. В справочнике «Магия для чайников» написано:
Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.
Возможно ли таким образом устроить землетрясение?