

Принцип крайнего и упорядочивание

25 апреля 2026 • 5 класс, продвинутая группа

Обсуждаются на семинаре

Задача 1. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не меньше одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.

Задача 2. Сколькими способами можно переставить числа от 1 до 100 так, чтобы соседние числа отличались не более, чем на 1?

Задача 3. В 10 коробках лежат карандаши (пустых коробок нет). Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что из каждой коробки можно выбрать по карандашу так, что все они будут разных цветов.

Задача 4. На уроке физкультуры дети построились в два ряда по 14 человек друг напротив друг друга так, что каждый школьник из первого ряда не ниже стоящего напротив него школьника из второго ряда. Потом в каждом ряду дети встали по росту (от большего к меньшему). Докажите, что после этого все равно каждый школьник из первого ряда будет не ниже стоящего напротив школьника из второго ряда.

Основные задачи

Задача 5. Из натуральных чисел от 1 до 70 удалили 7 чисел. Обязательно ли среди оставшихся можно найти 7 чисел с суммой 70?

Задача 6. На шахматной доске стоит несколько ферзей. Верно ли, что найдется ферзь, бьющий не более трех других?

Задача 7. На военном полигоне сидит 2025 снайперов. Каждый снайпер целится в ближайшего к нему снайпера (все расстояния между снайперами различны). Докажите, что в одного из снайперов никто не целится.

Задача 8. Торт разрезан на 11 разных кусков. Всегда ли можно дополнительно разрезать один из кусков на две части таким образом, чтобы полученные 12 кусков можно было разложить на две тарелки равной массы по 6 кусков на каждой?

Задача 9. На доске написаны 5 натуральных чисел. Оказалось, что сумма любых трех из них делится на каждое из остальных. Докажите, что среди этих чисел найдутся четыре равных.

Задача 10. В стране для каждых двух городов существует прямая односторонняя авиалиния, которая их соединяет (то есть, из одного из городов можно прилететь в другой, но не наоборот). Докажите, что найдется город, вылетая из которого можно добраться до любого города страны не более, чем с одной пересадкой.

Задача 11. Письменно. В клетках квадрата 4×4 стоят числа все натуральные числа от 1 до 16. Докажите, что найдётся доминошка, разность чисел в которой не меньше 3.

Задача 12. Письменно. Давным-давно страной Тарнией правил царь Ятианр. Чтобы тарнийцы поменьше рассуждали, он придумал для них простой язык. Его алфавит состоял всего из шести букв: А, И, Н, Р, Т, Я, но порядок их отличался от принятого в русском языке. Словами этого языка были все последовательности, использующие каждую из этих букв по одному разу. Ятианр издал полный словарь нового языка. В соответствии с алфавитом первым словом словаря оказалось «Тарния». Какое слово следовало в словаре за именем Ятианр?