

Задачи про клеточки

7 февраля 2026 • 5 класс, продвинутая группа

Обсуждаются на семинаре

Задача 1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник. Известно, что его можно разрезать на уголки из трех клеток. Всегда ли его можно разрезать на прямоугольники размером 1×3 клетки?

Задача 2. Какое наибольшее число пешек можно поставить на шахматную доску 8×8 таким образом, чтобы в любых двух вертикалях было разное число пешек и в каждой горизонтали было не более 4-х пешек?

Задача 3. Профессор Дирихле хочет посадить 37 кроликов в клетки квадрата 4×4 так, чтобы в любом уголке из трех клеток было, по крайней мере, 7 кроликов. Получится ли у него это сделать?

Задача 4. Петя хочет расставить на шахматной доске 8×8 одинаковое число ладей и королей так, чтобы ни одна фигура не била другую. Какое наибольшее число фигур он может поставить на доску?

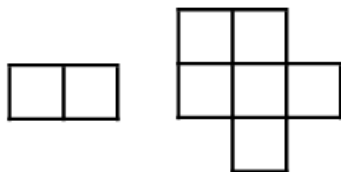
Основные задачи

Задача 5. Аня разбила клетчатый квадрат 6×6 на уголки из трех клеток, прямоугольники 1×3 и квадраты 2×2 . Всего у нее получилось 11 фигур.

- а) Сколько среди них квадратов 2×2 ?
- б) Таня возле каждой из 49 вершин клеток подписала, сколько фигур её содержат (фигура содержит точку, если точка лежит на её границе или внутри). Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

Задача 6. Докажите, что клетки доски 8×8 нельзя раскрасить в черный и белый цвета так, чтобы в любом квадрате 4×4 черных клеток было больше, чем белых, а в любом прямоугольнике 3×5 черных клеток было меньше, чем белых.

Задача 7. Можно ли разрезать прямоугольник 50×100 на доминошки и бантики (см. рисунок) так, чтобы доминошек и бантиков было поровну? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Задача 8. Из клетчатой доски 20×20 вырезали 48 прямоугольников из трех клеток. Докажите, что можно вырезать еще хотя бы один.

Задача 9. В клетках таблицы 10×10 расставлены плюсы и минусы, в каждой клетке стоит какой-то один знак. Известно, что:

- Число плюсов в первой строке больше, чем число минусов в первом столбце.
- Число плюсов в первых двух строках больше, чем число минусов в первых двух столбцах
- ...
- Число плюсов в первых десяти строках больше, чем число минусов в первых десяти столбцах.

Какое наибольшее количество минусов может быть в этой таблице?

Задача 10. Письменно. Шахматная фигура «магараджа» сочетает в себе возможности ферзя и коня. Какое наибольшее число магарадж можно поставить на доску 6×6 так, чтобы они не били друг друга?

Задача 11. Письменно. Как покрасить клетки квадрата 6×6 в черный и белый цвета таким образом, чтобы всего черных и белых клеток было поровну, но в каждом квадрате 2×2 их было не поровну? Обязательно объясните, почему ваш пример подходит (то есть, почему оба условия в задаче выполнены).