

Доказательство от противного

октябрь 2025 • 5 класс, базовая группа

Задача 1. Используя закон исключенного третьего, докажите, что отрицания построены неверно.

1. *Утверждение:* $2 + 2 = 4$. *Отрицание:* $2 + 2 = 5$.
2. *Утверждение:* Каждый охотник желает знать, где сидит фазан. *Отрицание:* Никакой охотник не желает знать, где сидит фазан.
3. *Утверждение:* В Африке можно встретить зебр, которых укусили львы. *Отрицание:* В Африке можно встретить зебр, которых не кусали львы.

Задача 2. Контрольную работу назовем несложной, если каждую задачу решило не меньше трех учеников. Продолжите определение (в общем виде): «Контрольная считается сложной, если...»

Чтобы доказать какое-либо утверждение методом «от противного», нужно построить отрицание к нему, предположить, что отрицание верно и, опираясь на это, прийти к противоречию (например, с условием или здравым смыслом).

Задача 3. Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

Задача 4. На шахматной доске 8×8 стоят 44 ферзя. Докажите, что каждый из них бьет какого-нибудь другого ферзя.

Задача 5а. Квадрат 8×8 разрезали по линиям сетки на 11 прямоугольников таким образом, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.

Задача 5б. Квадрат 9×9 разрезали по линиям сетки на 13 прямоугольников таким образом, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.

Задача 6. По кругу написаны все натуральные числа от 1 до 1000 таким образом, что каждое число или больше обоих соседей, или меньше обоих соседей. Докажите, что найдутся два соседних числа одной четности.

Задача 7. В кружке занимаются 50 школьников из разных городов. Оказалось, что среди любых 10 из них найдутся 3 из одного города. Докажите, что среди этих 50 школьников найдутся 13 из одного города.