

Признаки делимости

11 апреля 2026

Натуральное число A делится

- на 2 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 2.
- на 3 $\Leftrightarrow$ сумма всех его цифр делится на 3.
- на 4 $\Leftrightarrow$ число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4.
- на 5 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 5.
- на 8 $\Leftrightarrow$ число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8.
- на 9 $\Leftrightarrow$ сумма всех его цифр делится на 9.
- на 10 $\Leftrightarrow$ его последняя цифра делится на 10.
- на 11 $\Leftrightarrow$ разность суммы цифр, стоящих на чётных местах, и суммы цифр, стоящих на нечётных местах, делится на 11.
- на 25 $\Leftrightarrow$ число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 25.

Обсуждаются на семинаре

1. Во всех пунктах нужно найти все варианты и показать, что других нет.
(а) Число $\overline{7459A}$ делится на 6. Найти его цифру A .
(б) Число $\overline{376B}$ делится на 15. Найти его цифру B .
(с) Число $\overline{824C}$ делится на 12. Найти его цифру C .
(д) Число $\overline{54XY2}$ делится на 36. Найти его цифры X и Y .
2. Ваня задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может оканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух?
3. Не выполняя вычислений, докажите, что в записях допущена ошибка:
(а) $2018 \cdot 2023 = 4092414$; (б) $2019 \cdot 2019 = 4064361$.
4. Существуют ли решения у ребусов
(а) $AB \times CD = EEFF$; (б) $AB \times CD = EFFE$?

Основные задачи

5. Ваня выписал подряд без пробелов все чётные числа от 12 до 34. Получилось число 121416182022242628303234. Как не выполняя вычислений проверить делится ли это число на 24?
6. Найдите семизначный пароль от сейфа, если известно что он состоит из двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А также известно, что он делится на 3 и на 4.
7. Пусть a, b, c, d — различные цифры. Докажите, что $\overline{cdcdcdcd}$ не делится на $\overline{aabb}$.

8. Взяли число 2027! и вычислили сумму его цифр, у полученного числа снова вычислили сумму его цифр и так далее до тех пор, пока не получилось однозначное число. Найдите это однозначное число.
9. Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?

Письменные задачи

10. Докажите, что число $\overline{abcddcba}$ — составное.
11. В справочнике «Магия для чайников» написано:
Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.
Возможно ли таким образом устроить землетрясение?