

Инварианты

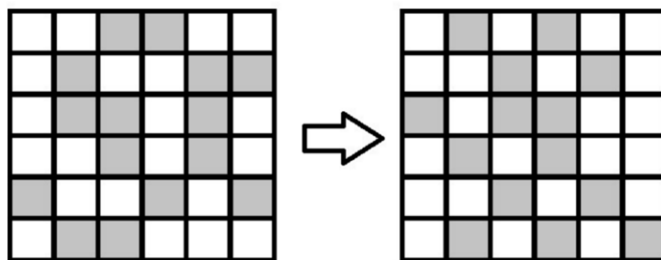
16 мая 2026 • 5 класс, базовая группа

Инвариант – некоторая величина/свойство, которое не меняется при каждой операции/на каждом шаге. Частые инварианты: сумма/разность, четность чего-либо, делимость на некоторое число.

При сдаче необходимо четко формулировать, что именно является инвариантом в каждой задаче.

Обсуждаются на семинаре

Задача 1. За одну операцию можно поменять местами два столбца или две строки. Можно ли за несколько операций получить из левой таблицы правую?



Задача 2. Вася написал на доске шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Каждую минуту он увеличивает два из них на единицу. Может ли Вася через некоторое время получить 6 равных чисел?

Задача 3. На чудо-яблоне растут бананы и ананасы, по 2026 штук. За один раз разрешается сорвать два плода. Если сорвать два банана или два ананаса, то вырастет ещё один ананас, а если сорвать банан и ананас, то вырастет банан. В итоге остался один плод. Какой?

Задача 4. На доске написано число 1. С числом разрешается проводить две операции: умножать его на 2 и переставлять в нем цифры. Можно ли с помощью таких операций получить число 123456?

Основные задачи

Задача 5. 100 обезьян выстроились в ряд. Обезьяны, стоящие через одну, могут меняться местами, перепрыгивая через обезьяну между ними. Могут ли обезьяны с помощью таких прыжков встать в обратном порядке?

Задача 6. Даны три кучки, в каждой по 2026 камней. За один ход можно выбрать две кучки и убрать из них по одному камню, при этом добавив один камень в третью кучку. Можно ли действовать так, чтобы в итоге остался только один камень?

Задача 7. Дана шахматная доска 8×8 . Разрешается перекрашивать другой цвет сразу все клетки, расположенные внутри любого квадрата 2×2 . Может ли при этом на доске остаться ровно одна чёрная клетка?

Задача 8. На окружности стоят 10 единиц. За одну операцию можно выбрать 4 подряд стоящих числа и из любого из них вычесть единицу, одновременно прибавив единицу к трём остальным. Можно ли несколькими такими операциями получить 10 чисел, равных 20?

Задача 9. На столе лежит много пустых тарелок и одна большая, в которой 2025 плюшек. Каждую минуту Карлсон выбирает тарелку, в которой больше одной плюшки, съедает из неё одну плюшку, а затем перекладывает из какой-то тарелки несколько плюшек (не все!) в пустую. Через некоторое время Карлсон наелся, убрал все пустые тарелки и улетел. Могло ли после этого остаться в каждой тарелке по 6 плюшек?

Письменных задач нет.