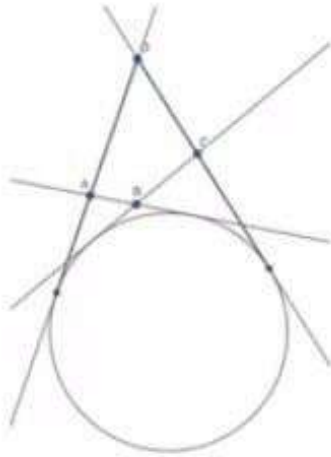


1. (a) Пусть окружность Ω касается прямых содержащих стороны четырёхугольника $ABCD$ так, как на картинке ниже.

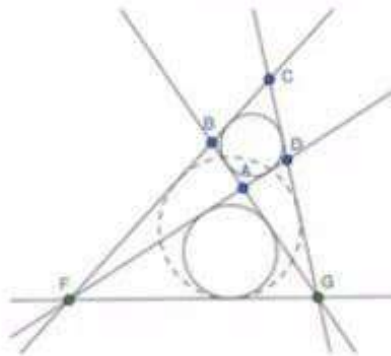


Докажите, что $AB + AD = CB + CD$.

- (b) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполнено $AB + AD = CB + CD$. Докажите, что существует окружность, которая касается прямых содержащих стороны четырёхугольника $ABCD$.

- (c) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполнено $AB + AD = CB + CD$. В треугольники ABC, CDA вписаны окружности с центрами I_1, I_2 . Докажите, что AC, BD, I_1I_2 пересекаются в одной точке.

2. (a) Пусть $ABCD$ — описанный четырёхугольник. Лучи BA и CD пересекаются в точке G , лучи CB и DA в точке F . Докажите, что вписанные окружности треугольников FCG и FAG касаются.



- (b) В треугольник ABC вписана окружность ω , касающаяся стороны BC в точке K . Окружность ω' симметрична окружности ω относительно точки A . Точка A_0 выбрана так, что отрезки BA_0 и CA_0 касаются ω' . Пусть M — середина стороны BC . Докажите, что прямая AM делит отрезок KA_0 пополам.

3. Из вершины A треугольника ABC проведён луч AM , лежащий внутри треугольника (M лежит на BC). Обозначим через γ_1, γ_2 вписанную и внеписанную окружности треугольника AMB соответственно (берётся окружность, касающаяся стороны MB). Аналогично для треугольника ACM определены окружности ω_1, ω_2 . Докажите, что общая внешняя касательная к окружностям γ_1 и ω_1 , отличная от BC , и общая внешняя касательная к окружностям γ_2 и ω_2 , отличная от BC , пересекаются на прямой BC .